

УДК 616.007:517.988

# Повышение надежности исследований детерминированного хаоса в биоэлектрической активности (ЭЭГ, ЭКГ и вариабельности сердечного ритма) методами нелинейного анализа

© О. Ю. Майоров<sup>1,2,3</sup>, В. Н. Фенченко<sup>1,3,4</sup><sup>1</sup>Институт медицинской информатики и Телемедицины, Харьков, Украина<sup>2</sup>Харьковская медицинская академия последипломного образования МЗ Украины, Харьков<sup>3</sup>Институт охраны здоровья детей и подростков АМН Украины, Харьков<sup>4</sup>Институт низких температур НАН Украины, Харьков

## Резюме

Проанализированы возможные причины возникновения погрешностей при исследовании детерминированного хаоса в биоэлектрической активности организма человека и животных (ЭЭГ, ЭКГ, ВСР и др.) методами нелинейного анализа. Предложен комплексный подход, позволяющий повысить точность и достоверность получаемых результатов при правильном выборе стационарных участков сигнала, задержки и масштаба рассмотрения, использовании адекватных параметров в процессе реконструкции аттрактора (оценке размерности реконструкции и размерности вложения), для оценки энтропии процесса и старшего показателя Ляпунова. Создано соответствующее программное обеспечение *NeuroResearcher*®, работа которого проиллюстрирована примерами расчетов «параметров хаоса» типичных ЭЭГ и ЭКГ сигналов.

**Ключевые слова:** биоэлектрическая активность организма, анализ ЭЭГ, анализ ЭКГ, анализ ваоиабельности сердечного ритма, детерминированный хаос, реконструкция, аттрактор, размерность аттрактора, задержка, энтропия процесса, старший показатель Ляпунова.

Клин. информат. и Телемед.  
2009. Т.5. Вып.6. с.10–17

## 1. Введение

Сегодня не вызывает сомнения, что нормальная динамика здорового организма является хаотической. Исследования показывают, что «хаос» присущ самой природе протекающих в организме динамических процессов, а степень «хаотичности» может меняться в норме и при патологии [1]. Хаотические системы способны работать в широком диапазоне условий и легко адаптируются к их изменениям, что дает значительные функциональные преимущества.

В клинической нейрофизиологии накоплен уже достаточно большой опыт по исследованию динамических систем мозга и вариабельность сердечного ритма (ВСР) в норме и при патологии: в состоянии спокойного бодрствования, при интеллектуальной нагрузке, во время сна, комы, гипноза, при шизофрении, эпилепсии, болезни Крейцфельда-Якоба, синдроме Альцгеймера, деменции и паркинсонизме, при формировании эмоционального стресса, септической энцефалопатии, расстройстве внимания [2–17]. В этих работах по исследованию биоэлектрической активности организма человека и животных, в частности, ЭЭГ и ЭКГ сигналов, ВСР (ряда R-R

интервалов) было обнаружено изменение степени их «сложности» и «хаотичности» при возникновении патологии и измененных состояний мозга и зафиксировано явное снижение степени сложности и хаотичности соответствующих ритмов. Это дает основание полагать, что «параметры хаоса» могут служить **устойчивой и показательной** оценкой функционального состояния соответствующих систем организма. Но надежная методология исследований биоэлектрической активности методами нелинейной динамики, к сожалению, пока отсутствует и полученные разными авторами результаты зачастую оказываются весьма противоречивыми.

Как правило, биоэлектрическая активность имеет весьма сложную структуру и часто представляют собой суперпозицию сигналов, приходящих из разных источников (структур мозга), возможно выполняющих в данный момент разные, в том числе и не связанные между собой, функции. Поэтому непосредственный анализ «хаотичности» такой активности затруднителен и не может быть в полной мере надежным. Кроме того, нарушение условия стационарности не позволяет использовать для анализа сколь угодно длинные промежутки времени, а влияние различного рода помех и «артефактов» ограничивает точность анализа.

В данной работе проанализированы некоторые аспекты применения методов нелинейного анализа к исследованию биоэлектрической активности и предложены пути, позволяющие повысить точность и достоверность оценки соответствующих динамических систем организма.

## 2. Постановка задачи и методология

Исследуя биоэлектрическую активность с позиций детерминированного хаоса, исходят из того, что она может быть описана в рамках диссипативных систем [1]. Тогда, установив наличие детерминированного хаоса, можно, в частности, [18, 19] оценить:

- **размерность аттрактора**, которая является характеристикой «сложности» соответствующей динамической системы;
- **энтропию процесса**, показывающую степень «предсказуемости» протекающего процесса;
- **старший показатель Ляпунова**, являющийся мерой того, насколько сильными могут быть изменения, вызванные малыми возмущениями (отличиями) в начальном состоянии системы, позволяющий количественно оценить уровень «хаотичности» системы.

Однако зачастую анализ, проводимый некоторыми авторами по известным алгоритмам с использованием некоммерческих и коммерческих программ, без учета вышеозначенных особенностей исследуемой биоэлектрической активности приводит к тому, что получаемые результаты оказываются недостаточно точными и достоверными, а их интерпретация вызывает сомнения.

### 2.1. Выбор стационарных участков для исследования

Проблема выбора стационарных участков при исследовании биоэлектрической активности имеет важное значение, так как именно условие стационарности, как правило, и ограничивает размер выборки для последующего анализа. Между тем, к сожалению, большинство исследователей ограничивается «визуальным» наблюдением за состоянием испытуемого, ошибочно

полагая, что отсутствие в нем видимых изменений является достаточным критерием стационарности.

Чтобы более или менее надежно проверить условие стационарности длина выборки должна значительно превышать характерные для рассматриваемого процесса временные масштабы. При этом обязательным условием является правильный выбор частоты дискретизации, которая согласно теореме Котельникова должна по крайней мере вдвое превосходить верхнюю границу рассматриваемого диапазона. Тогда выбор участков для исследования можно провести, например, основываясь на том факте, что нестационарные свойства сигнала, как правило, описываются медленными изменениями среднего значения квадрата его величины, который равен значению автокорреляционной функции в нуле [20]. Мы предложили [21] также оценивать стационарность процесса на участке ЭЭГ для отдельных ритмов ( $\delta$ -,  $\theta$ -,  $\alpha$ - и  $\beta$ -ритмы), т.к. одни из них могут быть стационарными для исследуемого состояния, другие нет.

Заметим, что при необходимости часто присутствующие в биоэлектрической активности артефакты той или иной природы могут быть легко «вырезаны», с использованием специальных расчетных алгоритмов.

### 2.2. Выбор масштаба рассмотрения

Как известно, алгоритмы определения размерности реконструкции и параметров хаоса (размерность аттрактора и энтропия процесса) базируются на вычислении корреляционных сумм [22]. Для их вычисления прежде всего нужно задать масштаб рассмотрения, т.е. определить минимально различимые расстояния в фазовом пространстве.

Биоэлектрическая активность обычно представляет собой макроскопический хаос с «шумом» на микроуровне, т.е. выбор детерминированного хаотического или стохастического описания определяется масштабом рассмотрения. Однако большинство исследователей вопрос об адекватности применяемой «хаотической» модели специально не изучают, полагая получить ответ в процессе реконструкции. Между тем корректно определить «уровень» шума в процессе реконструкции аттрактора, как правило, не удается из-за ограниченности длины стационарных участков. Поэтому целесообразно использовать иной критерий.

Мы предлагаем использовать критерий, основанный на Ляпуновских показателях для конечных возмущений [23]. Если  $\tau(\epsilon)$  *среднее время удвоения*

*начального возмущения*  $\epsilon$ , то Ляпуновский показатель для возмущения  $\epsilon$  равен

$$\lambda(\epsilon) = \frac{\ln 2}{\tau(\epsilon)}$$

Если в некотором интервале масштабов  $\lambda(\epsilon) \approx const$ , т.е. меняется незначительно, то в этом интервале масштаб процесс, имеющий отражение в биоэлектрической активности, целесообразно описывать как детерминированный хаотический. Если же  $\lambda(\epsilon)$  увеличивается с уменьшением  $\epsilon$ , то процесс следует рассматривать как стохастический (случайный) [23] и анализировать его с использованием адекватных методов. Следует отметить, что время увеличения возмущения можно выбрать не только в 2 раза, а в любое другое число раз. Важно только, чтобы частота дискретизации сигнала была достаточно высокой и соответствующее увеличение возмущения осуществлялось за 5–10 шагов.

### 2.3. Реконструкция аттрактора

Важным этапом в исследовании различных видов биоэлектрической активности является реконструкция аттрактора динамической системы, т.к. он является ее геометрическим «портретом».

Как известно, процесс реконструкции аттрактора биологической системы заключается в построении по ряду  $\{x_i\}_{i=1, \dots, \infty}$ , полученному в результате измерения через определенные интервалы времени биоэлектрического сигнала  $x(t)$ , нового (реконструированного) аттрактора, обладающего теми же параметрами, что и исходный. Для этого строят  $m$ -мерные вектора  $\{z_j\}_{j=1, \dots, \infty}$ , где  $z_{j,k} = x_{j+d(k-1)}$ , где  $d$  – смещение. Тогда при достаточно большом  $m$  параметры реконструированного аттрактора в  $m$ -мерном пространстве  $Z$  совпадают с параметрами исходного аттрактора в  $n$ -мерном пространстве  $X$  [18, 24].

#### 2.3.1. Выбор смещения

Ключевая роль для вычислений всех параметров нелинейной динамики биологических динамических систем принадлежит правильному выбору **смещения** [24].

Известно, что если окно реконструкции  $w = (m-1)d$  слишком мало, то образ аттрактора оказывается «спрессованным», если велико – то «растянутым и сложенным». И в том и другом случае для изучения деталей необходимо различать очень мелкие масштабы.

Обычно смещение выбирают так, чтобы каждый следующий реконструируемый вектор добавлял наибольшую информацию об аттракторе или как

можно меньше коррелировал с предыдущим. Однако при реконструкции «биологических» аттракторов, размерность которых может быть достаточно большой, ограниченность выборки и наличие «шума» не позволяют «различать» мелкие масштабы и изучить структуру аттрактора [25]. Поэтому **выбор величины смещения имеет принципиальное значение.** Хорошие устойчивые результаты дает предложенная нами методика [26], базирующаяся на оценке «формы» реконструируемого аттрактора. Смещение выбирают так, чтобы размеры аттрактора по всем осям было по возможности близки. Заметим, что при таком выборе смещение зависит от размерности пространства реконструкции и потому необходима соответствующая корректировка расчетных алгоритмов.

### 2.3.2. Оценка размерности реконструкции

Размерность реконструкции чаще всего устанавливают по стабилизации параметров аттрактора. Однако, из-за наличия «шумового» фона границу стабилизации установить трудно и потому при реконструкции «биологических» аттракторов лучше определить размерность реконструкции, вычисляя количество так называемых «ложных ближайших соседей», т.е. точек, «близких» в реконструкции размерности  $m$  и «далеких» в реконструкции размерности  $n$  и использовать тот факт, что при достижении нужной размерности реконструкции и удачном выборе величины смещения (очень важно!), количество «ложных ближайших соседей» резко уменьшается [25].

### 2.3.3. Оценка размерности аттрактора

Определение корреляционной размерности  $D_2$  имеет важное значение и отражает степень сложности нейродинамической системы, ее динамические свойства в области конкретного ЭЭГ отведения.

Размерность вложения позволяет сделать предположение о том, как много компонентов формируют данную нейродинамическую систему.

Мерой неоднородности аттрактора служит его Хаусдорфова размерность. Если для того, чтобы покрыть аттрактор требуется  $K(\epsilon)$  ячеек со стороной  $\epsilon$  и  $K(\epsilon) \sim \epsilon^{-D}$  при  $\epsilon \rightarrow 0$ , то показатель  $D$  называется Хаусдорфовой размерностью. Ее определение путем подсчета числа точек, попадающих в выбранную ячейку невозможно для аттракторов больших

размерностей. Поэтому используют оценку Хаусдорфовой размерности снизу, которую можно получить, вычислив корреляционную размерность аттрактора  $D_2 \leq D$  [27]

$$D_2 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \left( \sum_{i=1}^{\infty} p_i^2 \right)}{\ln \epsilon}$$

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\ln C(K, m, \epsilon)}{\ln \epsilon}, \quad m \geq 2n+1,$$

где  $p_i$  – вероятность попадания точки аттрактора в  $i$ -ю ячейку,

$$C(K, m, \epsilon) = \frac{1}{K^2} \sum_{i,j=1}^K \theta \left( \epsilon - \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (Z_{i,k} - Z_{j,k})^2} \right) -$$

корреляционная сумма,  $\theta$  – функция Хевисайда,  $K$  – число рассматриваемых точек (лучшие результаты дает применение формулы с «Гауссовым ядром» для вычисления корреляционной суммы [28]).

Конечно, вычисление корреляционной размерности  $D_2$  тоже сопряжено трудностями. Длина рассматриваемого ряда (биоэлектрического сигнала) ограничена. Из-за этого не удастся рассмотреть ячейки малого размера, потому что невозможно оценить вероятность попадания в них точек аттрактора. Следует отметить, что в этом случае велико влияние «шума». Если же размер ячеек будет недостаточно мал, то не удастся выявить структуру аттрактора [25]. Кроме того, «близкие» точки, как правило, оказываются сильно скоррелированными, что при конечной длине ряда приводит к ошибкам. Для компенсации этого при вычислении корреляционных сумм близко расположенные точки не учитывают [22].

Практически для вычисления корреляционной размерности  $D_2$  нужно на графике зависимости значений логарифма корреляционной суммы  $\ln C(K, m, \epsilon)$  от (при выбранной размерности пространства реконструкции и заданном смещении) найти линейный участок и определить его наклон, величина которого и равна  $D_2$ . Однако это сложная задача (она решается, как правило, «визуально»), так как линейный участок может быть весьма малым и, к тому же, он не является «идеально» гладким. Установленный заранее «масштаб рассмотрения» позволяет ограничить местоположение искомого линейного участка и, естественно, повысить надежность и достоверность вычисления корреляционной размерности

«биологического» аттрактора  $D_2$ . После определения размерности реконструкции величину ячеек следует выбрать в зависимости от доступного числа экспериментальных точек так, чтобы в ячейки «попадало» достаточное (для подсчета вероятности) число точек. После этого необходимо вычислить размерность аттрактора по формуле

$$D_2 = \frac{\ln C(K, m, \epsilon)}{\ln \epsilon},$$

усреднив по  $\epsilon$  в пределах, где процесс можно считать детерминированным хаотическим, и размер ячеек достаточно мал, чтобы «была видна» структура аттрактора.

## 2.4 Оценка энтропии процесса

Важной характеристикой биологической динамической системы является энтропия – один из ключевых параметров, характеризующих детерминированный хаос в биоэлектрической активности. Энтропия Колмогорова-Синяя (динамическая энтропия) определяется как **метрическая оценка степени хаотичности системы**; информационное содержание временных рядов; средняя оценка, по которой информация производится системой [29, 30]. Вычисление энтропии Колмогорова-Синяя позволяет оценить количество информации, которое необходимо для прогноза поведения динамической системы в будущем. Другими словами, можно определить временной интервал, на основании которого делается прогноз.

Рассмотрим покрытие аттрактора ячейками со стороной  $\epsilon$  и обозначим  $P_{i_0 \dots i_K}$  – вероятность того, что в момент времени  $t=0$  точка на фазовой траектории находилась в ячейке с номером  $i_0$ , в момент времени  $t=\tau$  – в ячейке с номером  $i_1$  и т.д.

Энтропия Колмогорова-Синяя

$$H = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K\tau} \sum_{i_0 \dots i_K} P_{i_0 \dots i_K} \ln P_{i_0 \dots i_K}$$

характеризует скорость потери динамической системой информации. В случае регулярного движения энтропия равна нулю, когда в системе наблюдается динамический хаос она – положительна (конечная энтропия), а если динамику определяет случайный шум, то – бесконечна (бесконечная энтропия).

Определение энтропии путем подсчета вероятности попадания точек в выбранную последовательность ячеек нереально. Поэтому используют оценку энтропии Колмогорова-Синяя снизу, которую получают, определив корреляционную энтропию  $H_2 \leq H$  [27]

$$H_2 = -\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \ln \sum_{i_0, \dots, i_K} P^2$$

$$= \frac{1}{d\tau} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \ln \frac{C(K, m, \epsilon)}{C(K, m + 1, \epsilon)},$$

где  $d$  – смещение реконструкции, а  $\tau$  – шаг дискретизации по времени.

Однако, нужно иметь в виду, что приведенная формула для расчета энтропии предполагает постоянство корреляционной размерности аттрактора при достаточно больших размерностях реконструкции, что, увы, как правило, не выполняется. Следовательно, для получения приемлемой точности необходимо ввести соответствующую поправку. Кроме того, при предложенном подходе необходимо учесть зависимость смещения от размерности реконструкции, что приводит к модификации формулы:

$$H_2 = \frac{1}{d\tau} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{d_m + m(d_{m+1} - d_m)}$$

$$\times \ln \frac{C(K, m, \epsilon)}{C(K, m + 1, \epsilon)},$$

где  $d_m$  – смещение, отвечающее размерности реконструкции  $m$ .

## 2.5. Оценка старшего показателя (максимальной экспоненты) Ляпунова

Старший показатель (максимальная экспонента) Ляпунова имеет принципиальное значение, его положительность говорит о наличии хаотического движения, с его помощью определяется уровень хаоса, например, в исследуемой области мозга. Основным критерием детерминированной динамической системы, геометрическим образом которой является странный аттрактор, есть экспоненциальная неустойчивость его траектории. Это означает, что малое возмущение режима динамической системы должно во времени увеличиваться по экспоненте. Показатели Ляпунова характеризуют динамику движения на аттракторе.

Для оценки величины старшего показателя Ляпунова нет необходимости проводить реконструкцию аттрактора – рассматривают пары «близких» точек, определяют локальный коэффициент «разбегания» соответствующих траекторий и, затем, проводят усреднение по всем парам «близких» точек [25].

Главная сложность состоит в том, чтобы определить участок траекторий, на котором они еще могут считаться «близкими», так как именно он используется для определения локального коэффициента «разбегания». Заранее определенный «масштаб рассмотрения» позволяет решить эту задачу. Заметим также, что, вообще говоря, для реконструкции аттрактора нет необходимости в излишней дискретизации сигнала – это не повышает точность расчетов, но значительно увеличивает время вычислений. В то же время для оценки старшего показателя Ляпунова необходима большая степень дискретизации, во всяком случае, первоначально «близкие» траектории должны оставаться такими на протяжении значительного числа шагов. Исходя из этого, в наших экспериментах первоначально использовалась частота дискретизации 200 Гц для ЭЭГ и ЭКГ сигналов, затем 400 Гц и, наконец, 1000 Гц, что значительно увеличило точность определения старшего показателя (максимальной экспоненты) Ляпунова.

## 3. Результаты исследований

Продемонстрируем применение предложенного подхода и работу реализующего его программного обеспечения (система компьютерной ЭЭГ и ВСР *NeuroResearcher*® [6] на примере анализа с позиций детерминированного хаоса электроэнцефалограмм (ЭЭГ) и электрокардиограмм (ЭКГ).

Как известно, существует ряд критериев, позволяющих оценить минимальную продолжительность стационарного участка, необходимую для надежного определения «параметров хаоса» [31–33]. Так как опыт исследований [34–35] говорит о том, что размерность ЭЭГ аттракторов лежит в пределах  $4 \div 8$ , то по самым оптимистичным оценкам продолжительность стационарного участка не должна быть менее  $(100 \div 500)$  с [11–14, 17, 21, 36]. Конечно, такой длины стационарный участок при записи ЭЭГ получить нельзя и единственно воз-

можный выход в том, чтобы составить его из нескольких участков меньшей длины [37]. Заметим, однако, что подавляющее большинство исследований проводилось с гораздо меньшими выборками – и это одна из причин получения ненадежных и недостоверных результатов.

Несколько лучше обстоит дело с реконструкцией ЭКГ аттракторов, размерности которых меньше. Здесь достаточно стационарный участок продолжительностью около 100с, получить который не трудно.

Рассмотрим пример определения параметров хаоса для ЭКГ сигнала. Анализ «масштаба рассмотрения» представлен на рис.1, где приведена зависимость показателя Ляпунова  $\lambda(\epsilon)$  для конечных приращений от  $\log_2 \epsilon$ . Для ЭКГ сигнала показатель Ляпунова для конечных приращений  $\lambda(\epsilon)$  сохраняет практически постоянное значение вплоть до  $\epsilon = 2^{-8} \approx 0,004$ , Это означает, что, исследуемый ЭКГ сигнал имеет детерминированный хаотический характер практически на всех доступных для анализа масштабах.

Заметим, что величина  $\epsilon \approx 0,04$  соответствует «правому» краю горизонтального участка на графике  $\lambda(\epsilon)$ . При больших величинах  $\epsilon$  картина искажается, так как слишком грубый масштаб не позволяет рассмотреть структуру аттрактора, с другой стороны, чтобы иметь возможность рассматривать меньшие значения  $\epsilon$ , что, конечно, желательно, нужно иметь более длинный ряд исходных данных. В данном случае длина исходного ряда минимальна для определения размерности аттрактора.

На рис. 2 проиллюстрированы результаты оценки размерности реконструкции ЭКГ аттрактора, где приведена зависимость числа ближайших «ложных соседей»  $F_m$  от размерности реконструкции  $m$ . Из рис. 2 видно, что число ближайших ложных соседей резко уменьшается при размерности реконструкции  $m = 5$  и в дальнейшем уже практически остается постоянным. Из этого следует, что в данном случае размерность пространства реконструкции 5.

Ранее нами была обоснована ключевая роль выбора смещения [26]. Интересно отметить, что традиционный выбор (например, на основе корреляционного метода) постоянного смещения вполне приемлем для малых размерностей реконструкции (2–3). Однако, если сохранять ту же величину смещения и для больших размерностей реконструкции, то это приведет к значительному отклонению формы аттрактора от близкой к шарообразной, что, в свою очередь, потребует увеличения длины анализируемого ряда для получения до-

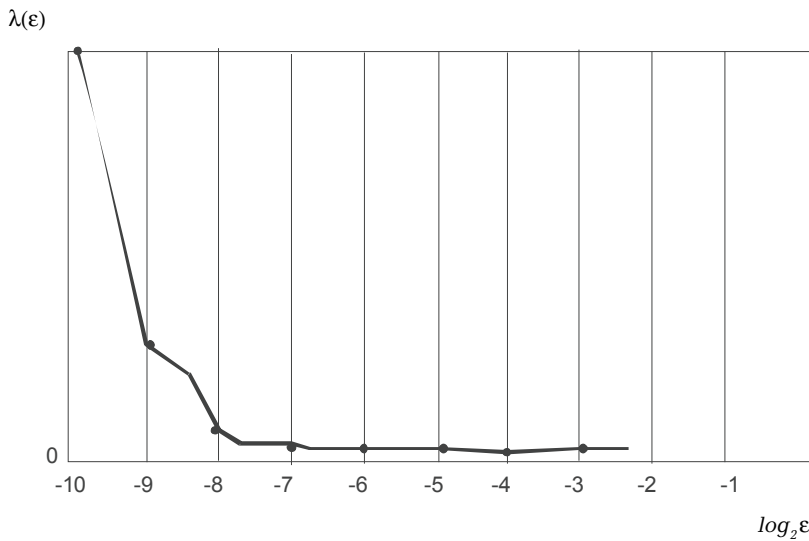


Рис. 1. Анализ «масштаба рассмотрения» для ЭКГ сигнала — зависимость показателя Ляпунова для конечных приращений  $\lambda(\epsilon)$  от  $\log_2 \epsilon$ .

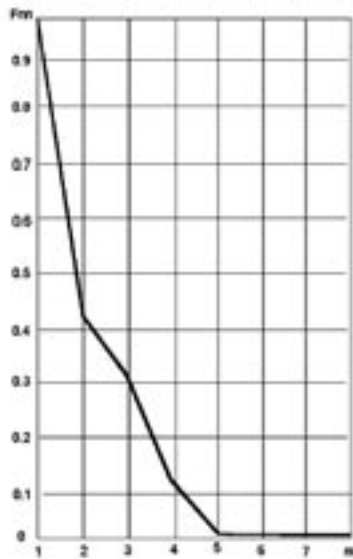


Рис. 2. Определение размерности реконструкции для ЭКГ сигнала — зависимость числа ближайших «ложных соседей»  $F_{mn}$  от размерности реконструкции  $m$ .

стоверных результатов. Так как используя метод ближайших ложных соседей мы уже определили минимальную размерность реконструкции, то предложенный нами метод позволяет рассчитать величину смещения с учетом реальной размерности реконструкции [26], что важно для реконструкции «биологических» аттракторов, отличающихся большой размерностью.

На рис. 3а и 3б показан расчет корреляционной размерности ЭКГ аттрактора.

На рис. 3а построена зависимость величины производной корреляционной суммы  $C(K, m, \epsilon)$  по  $\log_2 \epsilon$  (утолщенной линией выделен график зависимости для определенной ранее размерности реконструкции  $m=5$ ). Вблизи значений  $\epsilon \approx 0,04$  (на графике на оси абсцисс — 4)

этот график имеет горизонтальный участок, соответствующий реальному значению корреляционной размерности аттрактора  $D_2=1,34$ .

На рис. 3б построена зависимость корреляционной размерности аттрактора  $D_2$  от размерности реконструкции  $m$ . При выборе размерности реконструкции (размерность вложения)  $m > 5$  величина  $D_2$  должна сохраняться, что дает дополнительный критерий проверки правильности ее вычисления. Приведенный на рис. 3б график подтверждает правильность вычисления корреляционной размерности аттрактора.

На рис. 4а и 4б показан расчет корреляционной энтропии соответствующего процесса. Он аналогичен расчету размерности аттрактора.

На рис. 4а построена зависимость величины

$$\frac{1}{d\tau} \ln_2 \frac{C(K, m, \epsilon)}{C(K, m+1, \epsilon)},$$

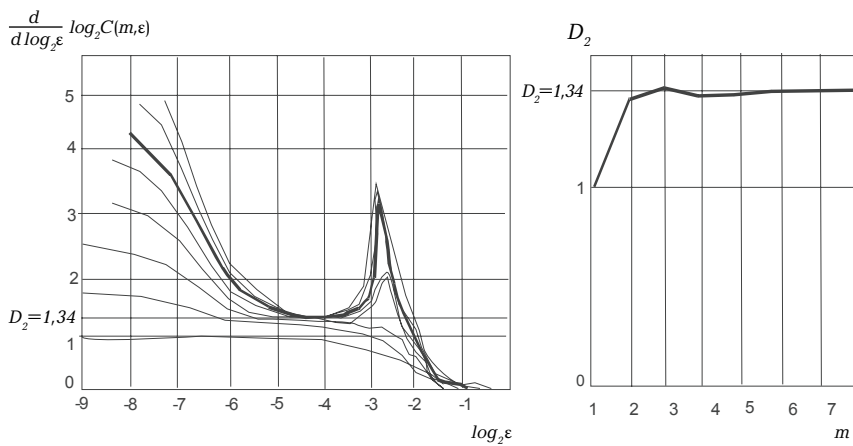
где  $d$  — смещение,  $\tau$  — временной шаг, от  $\log_2 \epsilon$  (утолщенной линией выделен график зависимости для определенной ранее размерности реконструкции  $m=5$ ). Вблизи значений  $\epsilon \approx 0,04$  этот график имеет горизонтальный участок, соответствующий реальному значению корреляционной энтропии  $H_2 \approx 3,64$ . На рис. 4б построена зависимость корреляционной энтропии  $H_2$  от размерности реконструкции  $m$ .

Заметим, что при выборе размерностей реконструкции  $m > 5$  величина  $H_2$  (как и величина  $D_2$ ) должна сохраняться, что дает дополнительный критерий проверки правильности ее вычисления. Приведенный на рис. 4б график подтверждает правильность вычисления корреляционной энтропии процесса.

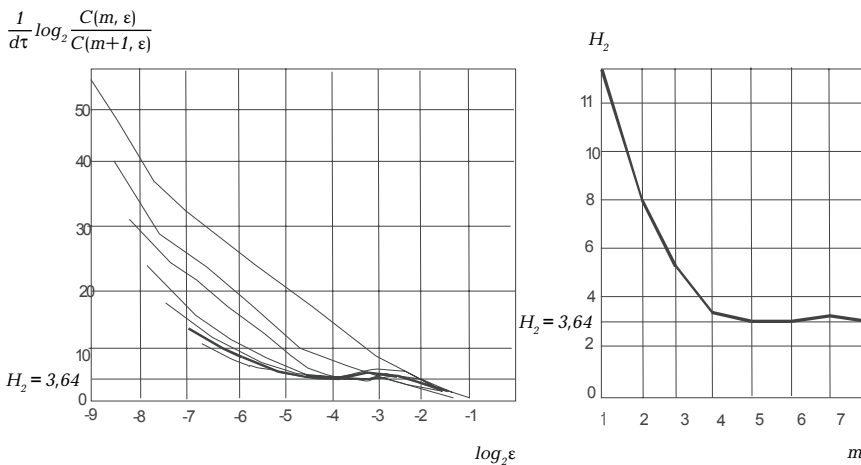
Так как сигнал ЭКГ, очевидно, «достаточно близок» к периодическому и, как и следовало ожидать, процесс хорошо предсказуем, потому он имеет небольшую энтропию  $H_2 \approx 3,64$ , а невысокая размерность аттрактора  $D_2=1,34$  говорит о том, что соответствующая динамическая система «не слишком сложна».

В заключение заметим, что большинство исследователей не учитывает тот факт, что реально корреляционная размерность аттрактора все же несколько меняется при увеличении размерности реконструкции. Эта незначительная погрешность в определении корреляционной размерности аттрактора, обусловленная прежде всего ограниченностью объема анализируемых данных, если ее не учитывать, может привести к ощутимой погрешности в оценке энтропии.

Игнорирование стохастического характера сигнала, а это, к сожалению,



**Рис. 3. Оценка корреляционной размерности аттрактора (ЭКГ).**  
**а)** зависимость производной корреляционной суммы  $C(m, \epsilon)$  по  $\log_2 \epsilon$  от  $\log_2 \epsilon$ ;  
**б)** зависимость корреляционной размерности  $D_2$  от размерности реконструкции  $m$ .



**Рис. 4. Оценка корреляционной энтропии процесса (ЭКГ).**  
**а)** зависимость логарифма отношения корреляционных сумм для данной  $C(m, \epsilon)$  и последующей  $C(m+1, \epsilon)$  размерности вложения от  $\log_2 \epsilon$ ,  $d$  — смещение,  $\tau$  — интервал дискретизации;  
**б)** зависимость корреляционной энтропии  $H_2$  от размерности реконструкции  $m$ .

допускается рядом исследователей, приводит к получению нереально высоких (и неверных) размерностей аттракторов. Важно также учитывать, что суммарный ЭЭГ сигнал является суперпозицией целого ряда ритмов — обычно выделяют  $\delta$ -,  $\theta$ -,  $\alpha$ - и  $\beta$ -ритмы, которые отличаются частотными диапазонами и отражают деятельность разных нейроанатомических систем мозга.

Рассмотрим теперь ЭЭГ сигнал (здоровый испытуемый, лобные отведения  $F_{p1-2}$ ).

Анализ «масштаба рассмотрения», как это видно на рис. 5, позволяет сделать вывод, что этот сигнал на малых масштабах явно имеет стохастический характер — Ляпуновский показатель растет по мере уменьшения величины  $\epsilon$ . Из этого следует, что оценить «параметры хаоса» суммарного ЭЭГ сигнала в данном случае невозможно (что, например, согласуется с данными [38]). Попытка сделать это приведет к получению недостоверного и завышенного значения размерности аттрактора, что, довольно

часто встречается в работах отдельных исследователей. Как известно, ритмы ЭЭГ ( $\delta$ -,  $\theta$ -,  $\alpha$ - и  $\beta$ ) отражают деятельность разных подсистем мозга. Вполне возможно, что в тех или иных ситуациях некоторые ритмы имеют стохастический характер, а другие — детерминированный хаотический (что, конечно, требует специальных исследований). Обычно наибольшее внимание исследователей привлекает  $\alpha$ -ритм — он доминирует в состоянии спокойного бодрствования (которое мы здесь рассматриваем). Оказывается (см. рис. 5)  $\alpha$ -ритм имеет детерминированный хаотический характер в достаточно широком диапазоне масштабов — Ляпуновский показатель сохраняет практически постоянное значение вплоть до  $\epsilon = 2^{-7} \approx 0.008$  и его «параметры хаоса» могут быть достаточно надежно определены.

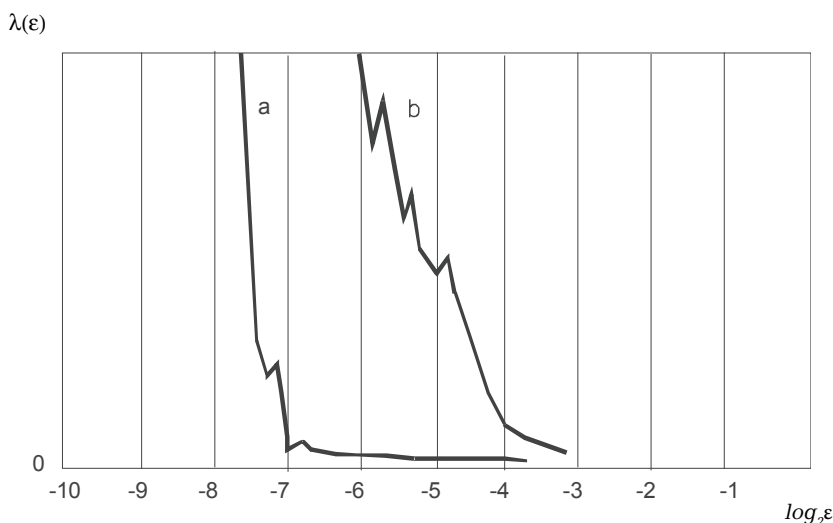
Конечно ЭЭГ сигнал не столь «прост» как ЭКГ сигнал, гораздо менее «предсказуем» и, конечно, соответствующая динамическая система «намного сложнее». Это подтверждается результатами расчета размерности аттрактора и энтропии соответствующего процесса (см., например, результаты работы авторов [9–15, 17]).

## 4. Выводы

Проанализированы возможные причины возникновения погрешностей при исследовании биологических ритмов методами нелинейного анализа и предложен новый подход, позволяющий повысить точность и достоверность получаемых результатов. Создано соответствующее программное обеспечение, работа которого проиллюстрирована примерами расчетов «параметров хаоса» типичных ЭЭГ и ЭКГ сигналов.

1. Размер участка биоэлектрической активности для последующего анализа ограничивается условием стационарности. В границах стационарного участка средние значения квадрата сигнала сохраняют постоянное значение и одному и тому же состоянию испытуемого будут отвечать участки с одним и тем же средним значением квадрата сигнала, что дает возможность использовать для восстановления аттрактора несколько идентичных участков.

2. Выбор детерминированного хаотического или стохастического описания биоэлектрической активности определяется масштабом рассмотрения — минимально различимым расстоянием в фазовом пространстве. Если в опреде-



**Рис. 5.** Анализ «масштаба рассмотрения» для ЭЭГ сигнала — зависимость показателя Ляпунова для конечных приращений  $\lambda(\epsilon)$  от  $\log_2 \epsilon$  (a — ЭЭГ сигнал в  $\alpha$ -диапазоне, b — суммарный ЭЭГ сигнал).

ленном интервале масштабов среднее время удвоения начального возмущения меняется незначительно, то процесс, имеющий отражение в биоэлектрической активности, целесообразно описывать как детерминированный хаотический, в противном его следует рассматривать как стохастический (случайный). Правильный выбор масштаба рассмотрения повышает надежность и достоверность реконструкции «биологического» аттрактора.

3. Для реконструкции аттрактора предложено выбирать **смещение**, на основе разработанного нами метода оценки «формы» аттрактора — смещение выбирают так, чтобы размеры аттрактора по всем осям было по возможности близки. В отличие от традиционного выбора величина смещения меняется при изменении размерности пространства реконструкции, что необходимо учитывать при вычислении энтропии процесса.

4. Выяснено, что наиболее надежной является оценка минимальной размерности реконструкции «биологического» аттрактора, основанная на анализе количества, так называемых, «ложных ближайших соседей».

5. Для оценки старшего показателя Ляпунова необходимо использовать большую частоту дискретизации, чем это следует из теоремы Котельникова с тем, чтобы первоначально «близкие» траектории оставались такими на протяжении значительного числа шагов. Рекомендуемая частота дискретизации не менее 400–1000 Гц.

#### Литература

1. Хакен Г. Принципы работы головного мозга. — М.: ПЕР СЭ, 2001.
2. Pritchard, W. S., Duke, D. W., Coburn, K. L., Moore, N. C. and Tucker, K. A. In: B. H. Jansen and M. E. Brandt (Eds), *Nonlinear Dynamical Analysis of the EEG*. World Scientific, Singapore, 1993.
3. Jensen B. H. Nonlinear dynamics and quantitative EEG analysis. *EEG clin. Neurophysiol.*, 1996. Suppl. 45. p.39–56.
4. Aftanas I. L., Lotova N. V., Koshkarov V. I., Pokrovskaja V. L., Popov S. V., Makhnev V. P. Non-linear analysis of emotion EEG: calculation of Kolmogorov entropy and the principal Lyapunov exponent // *Neuroscience Letters*. — 1997. — V. 226. — P. 13–16.
5. Kantz H., J. Kurths, G. Mayer-Kress, eds. *Nonlinear Analysis of Physiological Data* Springer (1998).
6. Mayorov O. Yu., Fritzsche M., Kosidubova S. M., Glukhov A. B., Prognymak A. B., Timchenko L. N. New neurodiagnostics technology for brain research on the basis of multivariate and nonlinear (deterministic chaos) analysis of EEG. *Proceedings of 2nd European Congress «Achievements in space medicine into health care practice and industry»*. Pabst Science Publishers, Berlin, 2003. p. 157–167.
7. Chae J., Jeong J., Peterson B. S., Kim D., Bahk W., Jun T., Kim S., Kim K. Dimensional complexity of the EEG in patients with posttraumatic stress disorder // *Psychiatry Research: Neuroimaging*. — 2004. — V. 131. — P. 79–89.
8. Natarajan K., Acharaya U. R., Alias F., Tiboleng T., Puthusserypady S. K. Nonlinear analysis of EEG signals at different mental states // *BioMedical Engineering OnLine*. — 2004. — V.3. — P. 7.

9. Fritzsche M., Mayorov O. Yu., Gluchov A. B., Sleduk D. W., Kosidubova S. M., Timchenko L. N. Molecular and non-linear electroencephalographic basis underlying the interaction between dopaminergic and cannabinoid transmission — the missing link between cannabis psychosis and schizophrenia. *Abstracts from XXIV Congress of Collegium Internationale Neuro-psychopharmacologicum (CINP)*. Paris. 2004. *The International Journal of Neuropsychopharmacology*. 2004. V.7. Suppl. 1. Cambridge University Press. S121.
10. Mayorov O. Yu., Fritzsche M., Glukhov A. and oth. Disfunctional information processing during acute psychosis. *12th AEP Congress. Association of European Psychiatrists*. Geneva. Switzerland. 2004. p. 78.
11. Майоров О. Ю., Вязовская О. В. Влияние острого и хронического эмоционального стресса на уровень энтропии Колмогорова — Синая ЭЭГ крыс условиях иммобилизации. *Ж. Экспериментальна і клінічна медицина*. №4, 2006 с. 32–37.
12. Майоров О. Ю., Фрицше Л. Н., Фрицше М., Шуцкая Л. В., Прогнимак А. Б. и др. Оценка динамических систем мозга в состоянии спокойного бодрствования и при интеллектуальной нагрузке на основе энтропии Колмогорова–Синая по ЭЭГ. *Ж. Экспериментальна і клінічна медицина*. №3. 2006. с.143–148.
13. Майоров О. Ю., Фрицше Л. Н., Фрицше М. Оценка энтропии Колмогорова–Синая по ЭЭГ у здоровых мужчин, с различной степенью общей тревожности. *Вестник Национального университета им. В. Н. Каразина, Серия «Биология»*. №748. 2006. с.147–152.
14. Майоров О. Ю., Вязовская О. В. Влияние острого и хронического эмоционального стресса на уровень энтропии Колмогорова–Синая ЭЭГ крыс в условиях иммобилизации. *Ж. Экспериментальна і клінічна медицина*. №4, 2006 с. 32–37.
15. Mayorov O. Yu., Fritzsche M., Fritzsche L., Kosidubova S., Prognymak A. Asymmetric Information — Processing in Development, Evolution and Psychopathology. *Special Issue on «Brain Asymmetry in Development, Evolution and Psychopathology» of the ASCR's official journal, «Cognition, Brain, Behavior»*. VX. N2. 2006. p. 311–342.
16. Майоров О. Ю., Фрицше Л. Н., Фрицше М. Максимальная экспонента Ляпунова как отражение хаотической динамики во время «стресса ожидания». *Четвертый международный Конгресс «Нейронаука для медицины и психологии»*. 2008. с.188–189
17. Майоров О. Ю., Фрицше Л. Н., Фрицше М., Прогнимак А. Б., Степанченко К. А. Оценка энтропии Колмогорова–Синая по ЭЭГ у здоровых мужчин в состоянии «стресса ожидания». *Ж. Экспериментальна і клінічна медицина*. №1. 2008. с. 119–125.
18. Takens F. In: Rand DA and Young LS, eds. *Dynamic Systems and Turbulence. Lecture Notes in Mathematics*. V 8. Heidelberg: Springer-Verlag, 1981, p.360–381.



19. Grassberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors. – *Physica D* 9, 1983, p.189–208.
20. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. – М., Мир, 1982.
21. Майоров О. Ю., Фенченко В. Н. О вычислении параметров детерминированного хаоса при исследовании биоэлектрической активности мозга. – *Ж. Клин. Информ. и Телемед.* 2006, Т.3. № 4, с.37–46.
22. Kantz H. and T. Schreiber, *Nonlinear Time Series Analysis*. New York, NY: Cambridge University Press, 2000, 304 p.
23. Cencini M., Falcioni M., Olbrich E., et al. Chaos or noise: Difficulties of a distinction. // *Phys. Rev. E.*, 2000, V.62, p.427–437.
24. Webber C. L., Sbilut J. P. Dynamic Assessment of Physiological Systems and States Using Recurrence Plot Strategies. // *J. Appl. Physiol.*, 1994, 76, p.965–993.
25. Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. *Современные проблемы нелинейной динамики*. – М., 2002.
26. Майоров О. Ю., Глухов А. Б., Прогнимак А. Б., Фенченко В. Н. Реализация метода смещения с помощью оценки размеров осей аттрактора динамической системы мозга. – *Труды института кибернетики*. – К., 2007, в.153, с.5–12.
27. Шустер Г. *Детерминированный хаос*. – М., 1988.
28. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // *Dynamical Systems and Turbulence*. Under edit D. A. Rand and L. S. Young. Warwick 1980, Lecture Notes in Mathematics, 898, Springer, Berlin, 1981, p.366–381.
29. Колмогоров А. И. Об энтропии на единицу времени, как метрическом инварианте автоморфизмов. *ДАН СССР*. 1959. Т. 124. с. 754–755.
30. Moon, F. C. *Chaotic and Fractal Dynamics*, John Wiley & Sons, New York, 1992.
31. Tsonis A. *Chaos: from Theory to Applications*. NY. Premium Press. 1992.
32. Essex C., Nerenberg, M.A.H. Comment to «Deterministic Chaos: The Science and the Fiction» by to Ruelle // *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1991, V. 435, p.287–292.
33. Ruelle D. *Deterministic Chaos: The Science and the Fiction* // *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1990, V. 427, p.241–248.
34. Elbert T., Ray W. Z. and others. *Chaos and Physiology: Deterministic in Excitable Cells Assemblies*. *Physiol. Rev.*, 1994, V.74, 1, p.1–47.
35. Das A., Das P. Characterization of Chaos Evident in EEG by Nonlinear Data Analysis. *Complexity*, 2002, vol.7, 3.
36. Меклер А. А., Применение аппарата нелинейного анализа динамических систем для обработки сигналов ЭЭГ // *Вестник новых медицинских технологий*, 2007, т.14, № 1, с.73–76.
37. Майоров О. Ю., Фенченко В. Н. Исследование биоэлектрической активности мозга с позиций многомерного линейного и нелинейного анализа ЭЭГ // *Ж. Клин. Информ. и Телемед.* 2008, Т.4. № 5, с.12–20.
38. Семёнова Н. Ю., Захаров В. С. Фрактальный анализ и поиск детерминизма в данных ЭЭГ // *Труды X межд.*

конф. «Новые информационные технологии в медицине и экологии» IT+ME-2002, 2002, с.462–465.

### Increase reliability of bioelectric activity (EEG, ECG and HRV) deterministic chaos researches by the nonlinear analysis methods

© O. Yu. Mayorov<sup>1,2,3</sup>, V. N. Fenchenko<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>Institute of Medical informatics and Telemedicine, Kharkiv

<sup>2</sup>Kharkiv Medical academy of postgraduate educations, Ministry of Health of Ukraine, Kharkiv

<sup>3</sup>Institute of Children and adolescents health protection, AMSc of Ukraine, Kharkiv

<sup>4</sup>Institute of Low temperatures NASC of Ukraine, Kharkiv

#### Abstract

The possible reasons of errors occurrence are analyzed at research deterministic chaos in bioelectric activity of man and animals organism (EEG, ECG, HRV, etc.) by methods of the nonlinear analysis. The complex approach is offered, allowing to increase accuracy and reliability of received results at a correct choice of stationary sites of a signal, a delay and scale of consideration, use of adequate parameters during attractor reconstruction (an estimation of dimension of reconstruction and embedding dimension), for estimating entropy process and maximal Lyapunov exponent. Corresponding software *NeuroResearcher*® is created and examples of «chaos parameters» calculations of typical EEG and ECG signals illustrated.

**Key words:** bioelectric activity of organism, EEG, ECG, HRV analysis, deterministic chaos, attractor reconstruction, attractor dimensions, delay, entropy, maximal Lyapunov exponent.

### Підвищення надійності досліджень детермінованого хаосу в біоелектричній активності (ЕЕГ, ЕКГ і варіабельності серцевого ритму) методами нелінійного аналізу

© О.Ю. Майоров<sup>1,2,3</sup>, В.Н. Фенченко<sup>1,3,4</sup>

<sup>1</sup>Інститут медичної інформатики і Телемедицини, Харків

<sup>2</sup>Харківська медична академія післядипломної освіти МОЗ України, Харків

<sup>3</sup>Інститут охорони здоров'я дітей і підлітків АМН України, Харків

<sup>4</sup>Інститут низьких температур НАН України, Харків

#### Резюме

Проаналізовані можливі заподії виникнення погрешностей при дослідженні детермінованого хаосу в біоелек-

тричній активності організму людини і тварин (ЕЕГ, ЕКГ, ВСР і ін.) методами нелінійного аналізу. Запропоновано комплексний підхід, що дозволяє підвищити точність і вірогідність одержуваних результатів при правильному виборі стаціонарних ділянок сигналу, параметрів затримки і масштабу розгляду, використанні адекватних параметрів у процесі реконструкції аттрактора (оцінці розмірності реконструкції і розмірності вкладення), для оцінки ентропії процесу і старшого показника Ляпунова. Створено відповідне програмне забезпечення *NeuroResearcher*®, робота якого проілюстрована прикладами розрахунків «параметрів хаосу» типових ЕЕГ і ЕКГ сигналів.

**Ключові слова:** біоелектрична активність організму, аналіз ЕЕГ, аналіз ЕКГ, аналіз варіабельності серцевого ритму, детермінований хаос, реконструкція, аттрактор, розмірність аттрактора, затримка, ентропія процесу, старший показник Ляпунова.

#### Переписка

д.мед.н., професор О. Ю. Майоров  
а.я. 7313, Харьков, 61002  
Украина  
тел.: +380 (57) 711 80 32  
эл. почта: institute-MIT@ukr.net