

УДК 616.12 + 004.93

Информационные возможности анализа и отображения электрокардиограмм в базисах сингулярного разложения вложенных векторов

А. М. Ахметшин, К. А. Ахметшин

Днепропетровский национальный университет, Украина

Резюме

Рассмотрены информационные возможности нового метода качественного анализа электрокардиограмм в многомерном фазовом пространстве, образованном ортонормированными векторами сингулярного разложения. Метод отличается помехоустойчивостью и не требует знания априорной информации о спектральных и статистических характеристиках шумов.

Ключевые слова: электрокардиограмма, фазовый портрет, сингулярное разложение, качественный анализ.

Клин. информат. и Телемед.**2011. Т.7. Вып.8. с.58–64**

Вступление

Вариабельность сердечных ритмов имеет сложную динамику, что предопределяет возникновение ряда проблем при проведении качественного анализа различных типов специфических заболеваний. С точки зрения теории системного анализа, регистрируемую электрокардиограмму (ЭКГ) можно рассматривать как выходной сигнал нелинейной нестационарной динамической системы, характеризующейся различными переходами между устойчивым, замирающим и хаотическим поведением. Знание этих особенностей принципиально важно для понимания особенностей динамики сердечных ритмов и их классификации. Однако, как это хорошо известно, линейные методы анализа сердечных ритмов (в первую очередь, различные варианты методов Фурье и параметрического спектрального анализа) не дают удовлетворительных результатов, а большинство известных методов нелинейного анализа, заимствованных из теории динамики стохастических систем (фрактальная размерность, коэффициенты Ляпунова и др.), требуют достаточно длинных временных последовательностей и, зачастую, не обеспечивают требуемую степень чувствительности применительно к задаче идентификации типа динамики сердечного ритма.

Одно из наиболее «модных» направлений качественного анализа сердечной

динамики базируется на математическом аппарате нелинейного анализа стохастических временных рядов [1–4]. В рамках этого подхода, состояние сердца, как некоторой системы, в любой момент времени описывается переменными состояниями (предшествующими отсчетами): $x_1(t), x_2(t), \dots, x_d(t)$. Эти отсчеты образуют вектор $x(t)$ в d -мерном пространстве, называемом фазовым пространством (или пространством состояний), причем величина d характеризует размерность вложения. Этот вектор мигрирует во временной области, формируя траекторию фазового пространства (орбиту). Базовая идея такого подхода базируется на предположении о том, что топологические особенности временной эволюции траектории многомерного фазового пространства, характеризуют особенности поведения динамики исследуемой системы (в нашем случае – динамики сердечных ритмов). В [5] было отмечено, что формирование фазового пространства на основе использования операций дифференцирования неизбежно приводит к росту влияния шумовых компонент. Кроме этого, традиционные методы вложения имеют очевидный недостаток при анализе существенно неоднородных временных сигнальных последовательностей (к каковым относятся ЭКГ), в которых сосуществуют участки с быстрым и медленным движениями.

Целью работы является разработка и демонстрация информационных возможностей нового метода многопараметрового качественного анализа динамики ЭКГ, устойчивого к влиянию

структурных и измерительных шумов в условиях отсутствия априорной информации о их спектральных и статистических характеристиках.

Материалы, методы исследования, анализ результатов

1. Алгоритм адаптивной фильтрации ЭКГ

Алгоритм фильтрации рассмотрим на примере одноканальной ЭКГ, поскольку вариант многоканальной ЭКГ требует отдельного рассмотрения. В соответствии с общепринятым подходом, регистрируемую ЭКГ $g(t)$ можно представить в виде

$$g(t) = s(t_i) + n(t_i); i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где $s(t_i)$ – «идеальная» ЭКГ, $n(t_i)$ – коррелированный шум с неизвестными статистическими и спектральными характеристиками, N – количество отсчетов регистрируемой ЭКГ. Поскольку о правой части выражения (1) ничего не известно, то это не позволяет использовать методы оптимальной фильтрации для оценки $s(t)$. Наличие шума оказывает серьезное влияние на вычисление первых и вторых производных от $g(t)$, как это можно видеть на рис. 1. Образцы ЭКГ были получены из международной базы данных «Physionet».

Из рассмотрения рис. 1 следует, что синтез фазового портрета ЭКГ в системе координат $(g - g' - g'')$ затруднен

из-за шумоподобного характера $g''(t)$ обуславливаемого наличием шумов в регистрируемой ЭКГ, что диктует необходимость ее предварительной фильтрации.

Структура адаптивного алгоритма включает в себя следующие этапы.

1. Исходя из максимальной протяженности L ожидаемого интервала корреляции (вложения) зашумленной ЭКГ $g(t_i)$ формируется прямоугольная матрица вложенных векторов G анализируемой ЭКГ вида

$$G = \begin{bmatrix} g(t_1) & g(t_2) & \dots & g(t_L) \\ g(t_1) & g(t_3) & \dots & g(t_{L+1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g(t_{N-L+1}) & g(t_{N-L+2}) & \dots & g(t_N) \end{bmatrix} \quad (2)$$

размерностью $(N-L+1) \times L$, причем $N \gg L$.

2. Проводится сингулярное разложение матрицы G [6]

$$G = UWV^T, \quad (3)$$

где $U = [U_1 U_2 \dots U_L]$ – матрица сингулярных векторов размерностью $(N-L+1) \times L$, формирующая ортонормированный базис пространства натянутого на столбцы матрицы G ; W – диагональная матрица, элементы которой $w_i (i=1, \dots, L)$ являются сингулярными числами матрицы G , причем $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_L \geq 0$. Они являются собственными значениями матрицы $G^T G$, а V – представляет собой ортогональную матрицу размерностью $(L \times L)$.

Следует отметить, что само по себе представление одномерного сигнала в виде (2) с последующим использованием его сингулярного разложения не ново. Впервые оно было использовано в [7] под названием «сингулярный спектральный анализ». Позднее, этот же вариант, под названием метод «гусеница» [8], был использован для задач прогнозирования случайных процессов, а в работе [9], под названием «метод автоморфного отображения»,

был обобщен для решения задач повышения чувствительности анализа слабokontrастных радиологических изображений.

Поэтому, по нашему мнению, здесь важна качественная интерпретация результатов отображения ЭКГ в сингулярных базисах вложенных векторов и фиксации отличия метода от известных вариантов отображения динамики ЭКГ.

В этой связи следует отметить некоторые особенности метода.

1. Столбцы матрицы G являются сильно коррелированными, поэтому сингулярное разложение матрицы G , приводящее к синтезу ортонормированной матрицы сингулярных векторов U , с физической точки зрения, представляет собой такой тип математического преобразования, которое максимизирует различия между столбцами матрицы G .

2. Первый сингулярный вектор U_1 , в соответствии с теорией метода наименьших квадратов [10], характеризует наибольшую степень «похожести» всех столбцов матрицы G друг на друга, что обеспечивает необходимый эффект фильтрации ЭКГ от шумов и позволяет рассматривать $U_1(t)$ в виде аналога $s(t)$.

3. Поскольку никаких априорных предположений о характере $s(t)$ и шумов $n(t)$ не используется, то метод сингулярного разложения матрицы вложенных векторов G можно рассматривать в виде аналога адаптивной фильтрации регистрируемой ЭКГ $g(t)$.

4. Рассуждая аналогично, можно показать, что $U_2(t) \approx s'(t)$, а $U_3(t) \approx s''(t)$, что позволяет их использовать для построения трехмерных фазовых портретов.

5. Поскольку сингулярные вектора являются ортонормированными, то они по своей сути представляют многомерный информативный базис для отображения топологических особенностей фазовых портретов анализируемых ЭКГ.

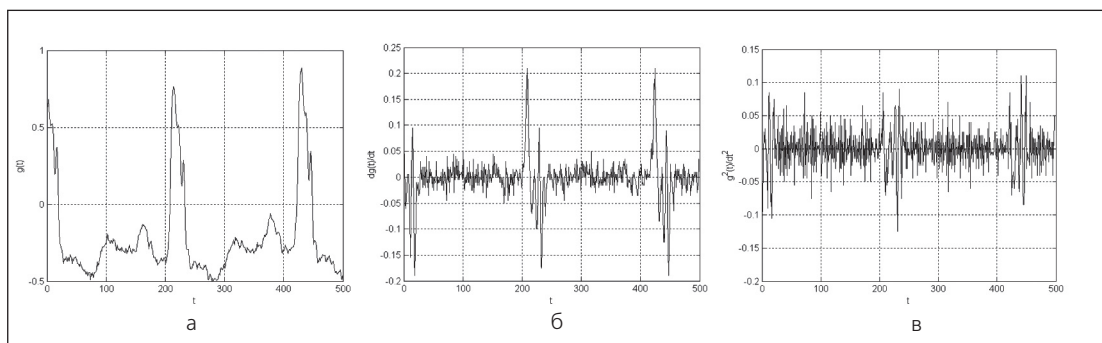


Рис. 1. Характеристики ЭКГ (мерцательная аритмия): а – $g(t)$; б – $g'(t)$; в – $g''(t)$.

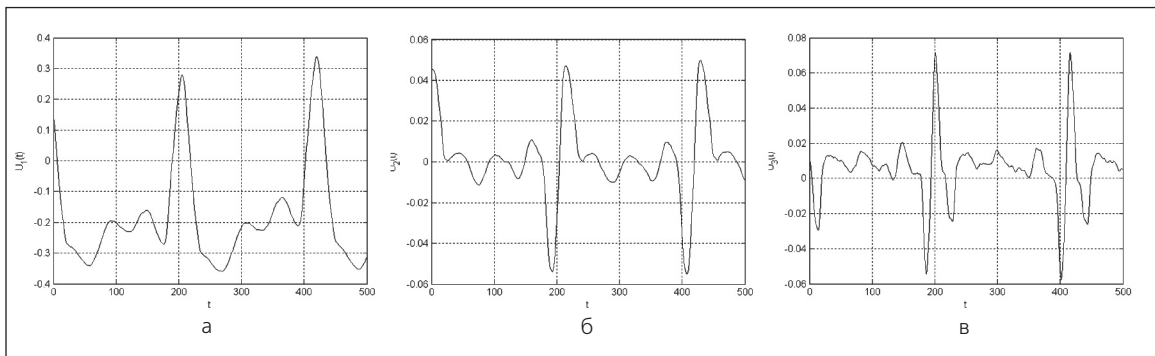


Рис. 2. Сингулярные вектора ЭКГ (рис. 1а) для $L=30$: а — U_1 ; б — U_2 ; в — U_3 .

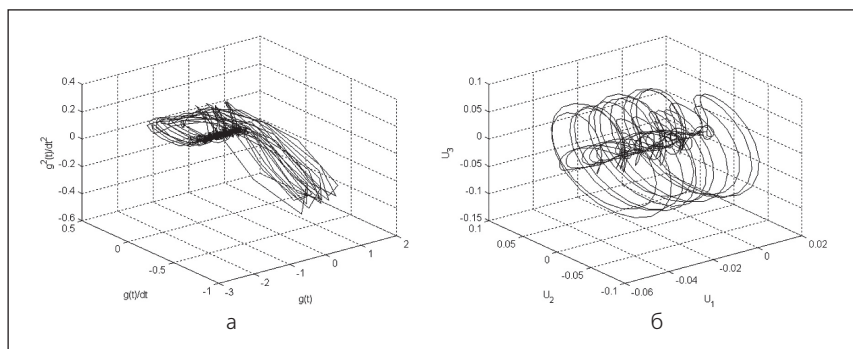


Рис. 3. Трехмерный фазовый портрет ЭКГ (мерцательная аритмия) сформированный в базисах: а — $(g-g'-g'')$ рис. 1; б — $(U_1-U_2-U_3)$ рис. 2.

На рис. 2 представлены первые три сингулярных вектора исходной ЭКГ (рис. 1а) при глубине вложения $L=30$.

Сопоставление рис. 1 и рис. 2 показывает, что сингулярное разложение максимизирует различие между вложенными векторами ЭКГ, которое можно считать эквивалентным использованию устойчивой («регуляризированной» [11]) операции дифференцирования. Это позволяет эффективно использовать вектора U_i в качестве основы новой координатной системы отображения топологических особенностей динамики ЭКГ (рис. 3).

Сопоставление рис. 3а с рис. 3б свидетельствует о преимуществе предложенного метода с точки зрения выделения топологических особенностей фазовых портретов ЭКГ по сравнению с традиционным методом их синтеза.

2. Сколько фазовых портретов необходимо для анализа ЭКГ?

Поскольку в рамках метода сингулярного разложения синтезируется L сингулярных векторов, то естественным образом возникает вопрос о инфор-

мационной значимости всего ансамбля $\{U\}$ сингулярных векторов.

Ответ зависит от анализа нормированной матрицы сингулярных чисел W , характеризующей ранг (число линейно независимых векторов равно числу сингулярных чисел w_i ($i=1, \dots, K < L$)) которые можно считать отличными от нуля) матрицы G .

На рис. 4 представлены нормированные сингулярные спектры трех типов ЭКГ при глубине вложения $L=30$.

Анализ рис. 4 показывает, что ранг матрицы G для нормальной ЭКГ примерно равен 14, ЭКГ с сердечной недостаточностью ≈ 4 , а ЭКГ с мерцательной аритмией ≈ 6 , т.е. нормальную ЭКГ можно характеризовать семью двухмерными фазовыми портретами, а патологические ЭКГ — двумя, тремя фазовыми портретами.

На рис. 5 приведены по три фазовых портрета для трех типов ЭКГ в системах координат (U_1-U_2) , (U_3-U_4) и (U_5-U_6) . Из рассмотрения рис. 5 следует, что фазовые портреты построенные на основе сингулярных векторов возрастающего порядка отображают все более высокочастотные особенности динамического процесса, диагностическая значимость которых требует проведения отдельных

исследований, однако в наших экспериментах всегда наблюдалось такое критическое значение $i=K < L$, начиная с которого фазовый портрет динамики ЭКГ в сингулярных базисах приобретал хаотический характер.

С позиции качественного анализа, наиболее информативным представляется синтез фазовых портретов в базисах образованных первыми двумя сингулярными векторами U_1 и U_2 .

3. Отображение особенностей ЭКГ как ярких изображений по автокорреляционной функции ядра второго порядка модели Вольтерра

Разложение анализируемой ЭКГ по сингулярному базису вложенных векторов открывает еще одну возможность отображения ЭКГ, но не в качестве фазового портрета, а яркостного изображения определенного типа, на основе проведения аналогии

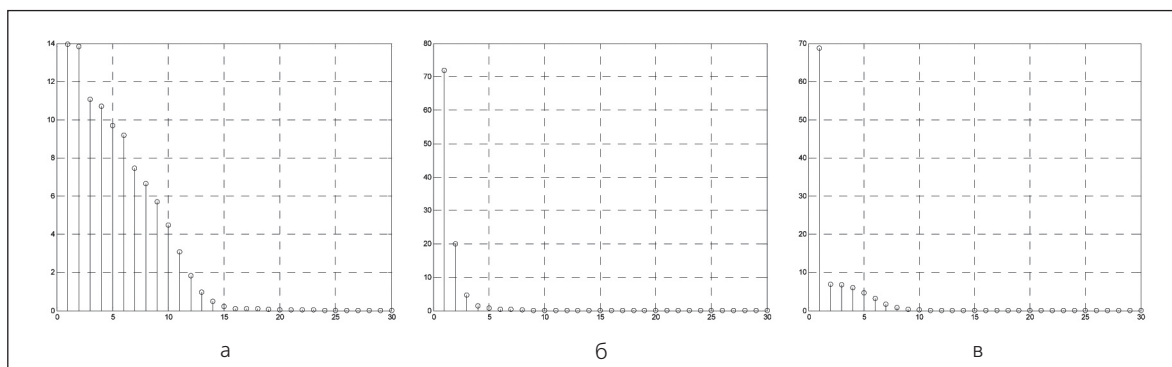


Рис. 4. Нормированные сингулярные спектры W трех типов ЭКГ при глубине вложения $L=30$: а — норма; б — сердечная недостаточность; в — мерцательная аритмия.

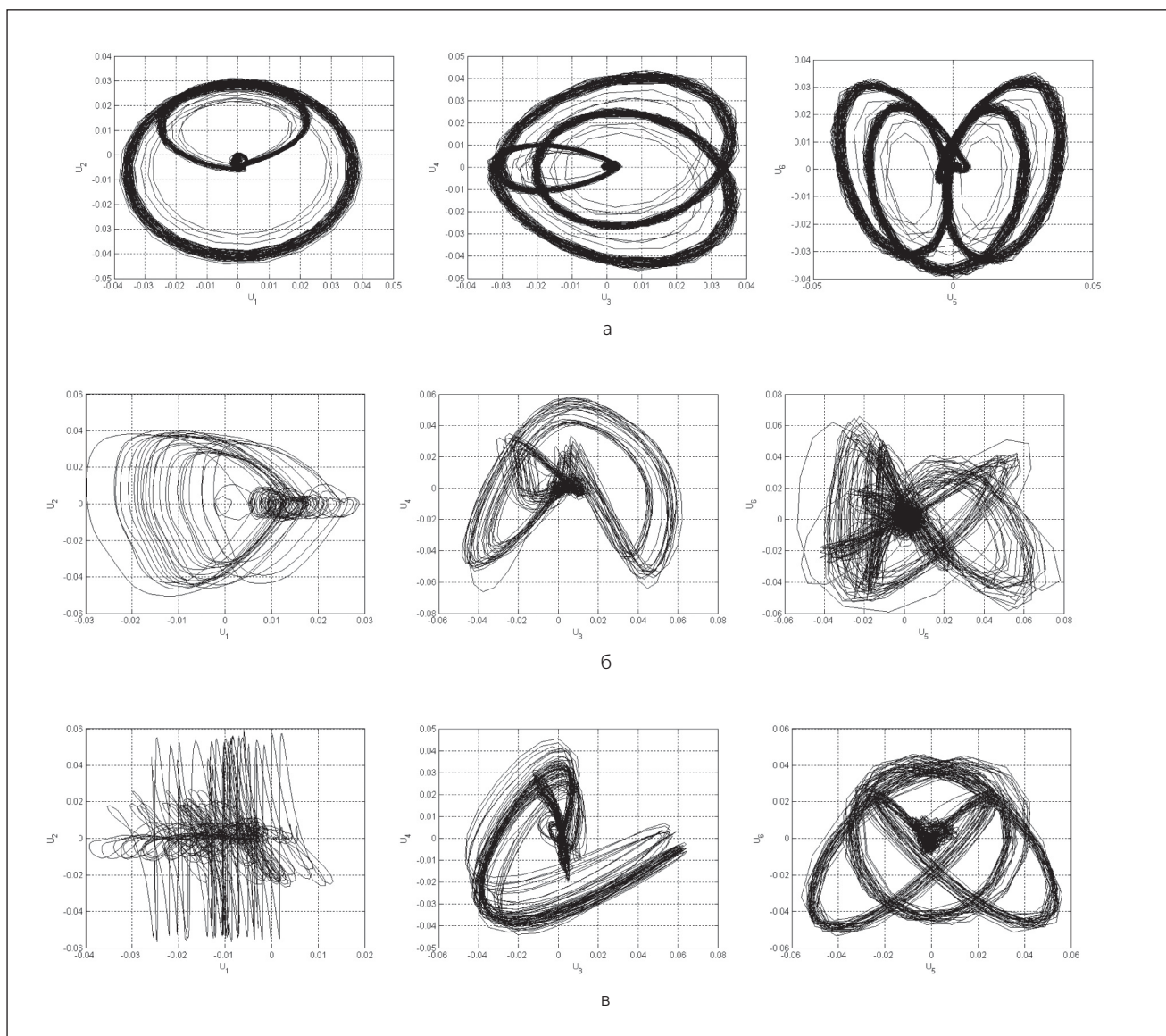


Рис. 5. Фазовые портреты трех типов ЭКГ синтезированных в базисах сингулярных векторов $(U_1 - U_2)$, $(U_3 - U_4)$ и $(U_5 - U_6)$ при глубине вложения $L=30$: а — норма; б — сердечная недостаточность; в — мерцательная аритмия.

сердечной динамики с теорией нелинейных систем. В рамках общей теории систем Вольтерра показал [12], что, для «условно» стационарной нелинейной системы с конечной памятью, соотношение между входом $u(t)$ и выходом $v(t)$ определяется как

$$g(t) = \int_0^{\infty} h_1(\tau) u(t-\tau) d\tau + \iint_{00}^{\infty\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) u(t-\tau_1) u(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \iiint_{000}^{\infty\infty\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \dots, \quad (4)$$

где $h_1(\tau)$; $h_2(\tau_1, \tau_2)$; $h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ — ядра Вольтерра, являющиеся симметричными функциями, причем член первого порядка представляет собой интеграл свертки линейной системы. Функциональный смысл ядер Вольтерра заключается в проведении аналогии между взаимодействием нескольких импульсов (отсчетов ЭКГ). Поскольку ядро первого порядка рассматривается как модель, с помощью которой учитывается влияние прошлых значений входного сигнала на реакцию в настоящий момент, то ядра Вольтерра высших порядков можно рассматривать в виде модели, описывающей зависимость значения выходного сигнала в настоящий момент, от взаимодействия прошлых значений входного сигнала.

Выражение (4) является чисто математическим, поскольку при попытке его применения к исследованию особенностей динамики сердечных ритмов возникает два принципиальных вопроса.

1. Что рассматривать в качестве входного сигнала $u(t)$, если характеризовать сердечную динамику ядрами Вольтерра ($g(t)$ — регистрируемая ЭКГ)?

2. Какой вид (характеристики) должен иметь входной сигнал $u(t)$?

С биофизической точки зрения однозначные ответы на поставленные вопросы отсутствуют, но в рамках си-

стемного подхода для реализации целей данной работы последующее изложение базируется на трех положениях.

1. В регистрируемой ЭКГ $g(t)$ имеются компоненты, которые допустимо рассматривать в виде виртуального входного сигнала $u(t)$.

2. Входной сигнал $u(t)$ должен быть более широкополосным, по сравнению с выходным сигналом $g(t)$.

3. Априорные спектральные и статистические характеристики виртуального входного сигнала $u(t)$ следует рассматривать как неизвестные.

В этой связи, центральной является проблема выделения компоненты $u(t)$ из регистрируемой ЭКГ $g(t)$. Поскольку в качестве оптимального сигнала на входе нелинейной системы при решении задачи ее идентификации следует использовать некоррелированный гауссовский шум [13], то в качестве виртуального входного сигнала следует рассматривать первый сингулярный вектор $U_k(t) = u(t)$ характеристики которого близки к некоррелированному гауссовскому шуму, а в качестве выхода — $U_k(t) = u(t)$.

Проведенные эксперименты показали, что уже при глубине вложения $L = 4$, $U_4(t)$ соответствует требуемым характеристикам (рис. 6).

В отношении ядер модели Вольтерра (4) следует отметить:

- ядро первого порядка (вектор h_1) отвечает за линейные эффекты в ЭКГ и не представляет интереса;
- ядро третьего порядка h_3 представляет собой объемный параллелепипед в пространстве трех временных задержек и не может быть синтезировано за приемлемый интервал вычислительного компьютерного времени.
- ядро второго порядка h_2 представляет собой квадрат и может быть представлено в виде аналога яркостного изображения отображающего особенности нелинейной динамики анализируемых ЭКГ.

На рис. 7–1 представлены изображения ядер Вольтерра второго порядка для трех типов анализируемых ЭКГ, из рассмотрения которого видно, что структура ядра второго порядка $h_2(\tau_1, \tau_2)$ имеет текстурную форму. В целях увеличения степени отличий ядер, целесообразно ориентироваться на анализ их автокорреляционной функции

$$r(u, v) = \frac{\sum_{x=0}^M \sum_{y=0}^M h_2(\tau_1, \tau_2) h_2(u + \tau_1, v + \tau_2)}{\sum_{x=0}^M \sum_{y=0}^M h_2^2(\tau_1, \tau_2)} \quad (5)$$

в предположении, что изображение является квадратным с размерностью $(M \times M)$ пикселей.

Анализ рис. 7 наглядно свидетельствует, что при выделении характерных информативных признаков очень важной является технология отображения информации, поскольку лишь на рис. 7–3 четко выявились различия ядер Вольтерра для нормальной и патологических ЭКГ.

Устойчивый характер топологии нормальной ЭКГ на рис. 7–3а свидетельствует о устойчивости сердечного ритма, слабо зависящего от соседних отсчетов ЭКГ в моменты τ_1 и τ_2 , тогда как для патологических ЭКГ на рис. 7–3б и рис. 7–3в осциллирующий характер зависимости автокорреляционных функций $r(u, v)$ говорит о неустойчивости сердечного ритма, сильно зависящего от текущих значений временной динамики ЭКГ.

Заключение

1. Предложен новый помехоустойчивый метод адаптивной фильтрации и качественного анализа топологи-

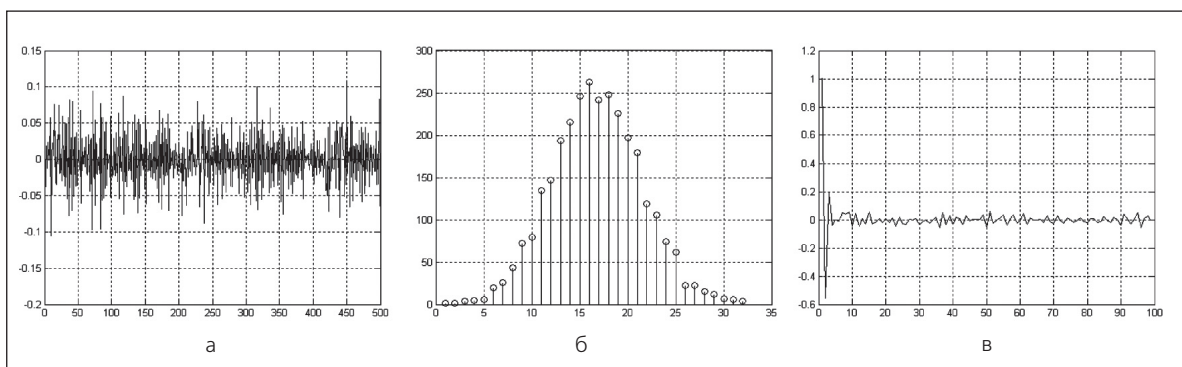


Рис. 6. Характеристики четвертого сингулярного вектора U_4 при глубине вложения $L = 4$: а — U_4 ; б — гистограмма U_4 ; в — автокорреляционная функция $U_4(t)$.

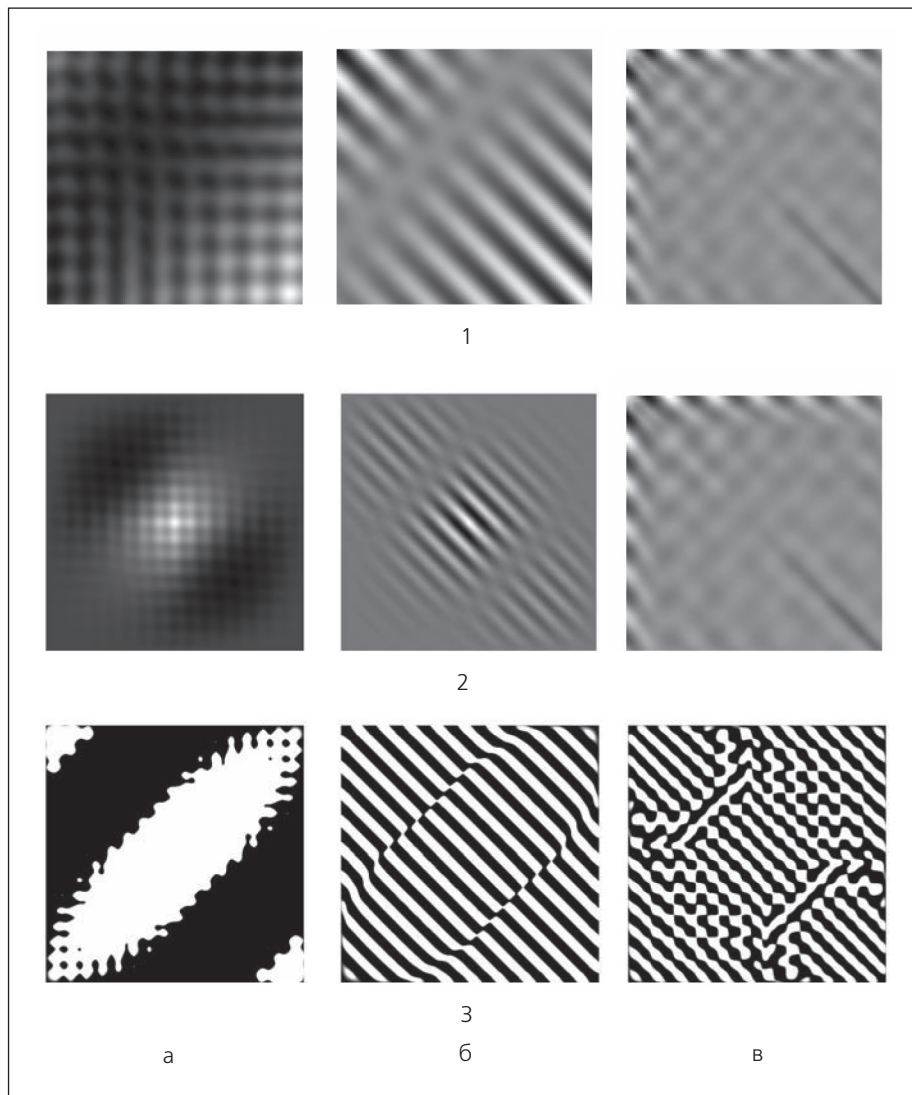


Рис. 7. Изображения ядер Вольтерра $h_2(\tau_1, \tau_2)$ и их автокорреляционных функций $r(u, v)$: 1 — $h_2(\tau_1, \tau_2)$; 2 — $r(u, v)$ нормированное на единицу; 3 — $r(u, v)$ отображаемое в диапазоне 0–255 градаций серого (а — норма; б — сердечная недостаточность; в — мерцательная аритмия).

ческих особенностей динамики ЭКГ в ортонормированном базисе сингулярного разложения вложенных векторов.

2. Метод не требует какой-либо априорной информации о спектральных и статистических характеристиках шумов.

3. Характерные особенности фазовых портретов ЭКГ проявляются в базисе первых трех сингулярных векторов, тогда как детали — в базисе последующих векторов.

4. Метод сингулярного разложения ЭКГ позволяет разделить ЭКГ на отдельные ортогональные составляющие, что открывает возможность использования методологии «черного

ящика» в рамках модели Вольтерра для дополнительного повышения достоверности качественной классификации особенностей динамики ЭКГ на основе визуализации и анализа ядер второго порядка.

5. Полученные результаты свидетельствуют, что в рамках предложенного подхода анализируемой ЭКГ возможно сопоставление двумерной яркостной характеристики (изображения) отображающей основные особенности ее динамики, что позволяет использовать математический аппарат цифровой обработки изображений и вычислительного интеллекта в целях повышения достоверности диагностической классификации.

Литература

1. Perc M. Nonlinear time series analysis of the human electrocardiogram / M. Perc // *European Journal of Physics*. – 2005. – Vol.26. – P.757–768.
2. Perc M. The dynamics of human gate / M. Perc // *European Journal of Physics*. – 2005. – Vol.26. – P.525–534.
3. Parlitz U. Nonlinear time-series analysis. In: *Nonlinear Modeling – Advanced Black-Box Techniques* / U. Parlitz. – Boston: Kluwer Academic Publ., 1998. – P.209–239.
4. Анищенко В. С. Знакомство с нелинейной механикой / В. С. Анищенко. – М.: Институт космических исследований. 2002. – 144 с.
5. Никульчев Е. В. Идентификация динамических систем на основе

- симметрий реконструированных аттракторов / Е. В. Никульчев. – М.: МГУП. 2010. – 100 с.
6. Беклемишев Д. В. Дополнительные главы линейной алгебры / Беклемишев Д. В. – М.: Наука, 1983. – 455 с.
 7. Elsner J. B. Singular Spectrum Analysis. A New Tool in Time Series Analysis / J. B. Elsner, A. A. Tsonis. – N.Y.: Plenum Press, 1996. – 164 P.
 8. Голяндина Н. Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов: Учебное пособие / Н. Э. Голяндина. – СПб.: СПУ, 2004. – 76 с.
 9. Ахметшин А. М. Повышение чувствительности анализа рентгеновских снимков методом автоморфного отображения в базисе собственных изображений / Ахметшин А. М., Ахметшина Л. Г. // Клиническая информатика и телемедицина. – 2008. – Т. 4, – № 5. – С. 30 – 36.
 10. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения / Стренг Г.; [пер с англ. Ю. А. Кузнецова, Д. М. Фогел]; под ред. Г. И. Марчука. – М.: Мир, 1980. – 423 с.
 11. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. – М.: Наука, 1986. – 224 с.
 12. Bussgang J. J. Analysis of nonlinear systems with multiple inputs / Bussgang J. J., Ehrman L., Graham J. W. // Proc. IEEE. – 1974. – Vol. 62. – P. 1088–1119.
 13. Мармарелис П. Анализ физиологических систем: метод белого шума / Мармарелис П., Мармарелис В. – М.: Мир, 1981. – 480 с.

Information possibilities of ECG analysis and mapping at singular value decomposition basis of embedded vectors

*A. M. Akhmetshyn, K. A. Akhmetshyn
Dnepropetrovsk National University
Ukraine*

Abstract

Information possibilities a new method electrocardiogram quality analysis in multidimensional phase space are considered. The method is noise stability and do not require a priori information about spectral and statistical noise characteristics.

Key words: electrocardiogram, phase portrait, singular decomposition, quality analysis.

Інформаційні можливості аналізу і відображення електрокардіограм у базисах сингулярного розкладання вкладених векторів

*О. М. Ахметшин, К. О. Ахметшин
Дніпропетрівський національний
університет, Україна*

Резюме

Розглянуті інформаційні можливості нового методу якісного аналізу електрокардіограм у багатовимірному

фазовому просторі утворюваним ортонормованими векторами сингулярного розкладу. Метод завадостійкий і не потребує апіорної інформації о спектральних та статистичних характеристиках шумів.

Ключові слова: електрокардіограма, фазовий портрет, сингулярний розклад, якісний аналіз.

Переписка

д. физ.-мат. наук
профессор **А. М. Ахметшин**
Днепропетровский национальный
университет
пр. Гагарина 72.
Днепропетровск, 49000, Украина
эл. почта: akhmlu@mail.ru